Arithmétique

☞ Notre système de numération est un système positionnel à base 10. Il nécessite 10 symboles différents (les chiffres) qui permettent d'écrire tous les nombres.

Millions			Mille					
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
100 000 000	10 000 000	1 000 000	100 000	10 000	1 000	100	10	1

Position d'un chiffre dans un nombre

Dans le nombre ci–dessus (3 457) :

- le 7 est à la position des unités ;
- le 5 est à la position des dizaines ;
- le 4 est à la position des centaines ;
- le 3 est à la position des unités de mille.

Valeur d'un chiffre dans un nombre

Dans le nombre 3 457, les chiffres prennent une valeur différente selon leur position.

Ainsi :
- le 7 à la position des unités vaut 7 (7 x 1 = 7) ;
- le 5 à la position des dizaines vaut 50 (5 x 10 = 50) ;
- le 4 à la position des centaines vaut 400 (4 x 100 = 400) ;
- le 3 à la position des unités de mille vaut 3 000 (3 x 1 000 = 3 000).

Nombre d'unités, de dizaines, .. dans un nombre (le crochet

Dans le nombre 3 457, tu peux compter :

- 3 457 unités (si tu comptes par 1) soit 3 457 x 1 = 3 457 ;
- 345 dizaines (si tu comptes par paquet de 10) soit 345 x 10 = 3 450 ;
- 34 centaines (si tu comptes par paquet de 100) soit 34 x 100 = 3 400 ;
- 3 unités de mille (si tu comptes par paquet de 1 000) soit 3 x 1 000 = 3 000 ;

En résumé

Dans le nombre 3 457 :

- le 5 occupe la position des dizaines ;
- le 5 vaut 50 car 5 dizaines = 5 x 10 = 50 ;
- il y a 345 dizaines car 345 x 10 = 3 450.

Mots	Définitions	Exemples
décomposer un nombre	C'est représenter un nombre sous la forme d'une somme de termes.	On décompose 1296 : 1000 + 200 + 90 + 6 = 1296 (1 × 1000) + (2 × 100) + (9 × 10) + (6 × 1) = 1296 1 UM + 2 C + 9 D + 6 U = 1296
décomposer un nombre en facteurs premiers	C'est représenter un nombre sous la forme du produit de ses facteurs premiers.	36 2 × 18 2 × 3 × 6 2 × 3 × 2 × 3 Donc, 36 se décompose : $2^2 \times 3^2$

Les exposants

Vocabulaire :

<u>Exposant :</u> C'est le nombre de fois que je multiplie le chiffre ou le nombre par lui même 5^6

<u>La base :</u> C'est le chiffre ou le nombre qui se fera multiplier par lui-même 5^6

1 – Lorsque j'ai un nombre ou un chiffre avec un exposant, je dois le décomposer.

Ex : $5^6 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ *(Je ne fais jamais 5 x 6)*

2- Je dois former des petites parenthèses afin de faciliter ma multiplication.

Ex : $5^6 = (5 \times 5) \times (5 \times 5) \times (5 \times 5)$

3- Je dois écrire le résultat de ces parenthèses au-dessous.

Ex : $5^6 = (5 \times 5) \times (5 \times 5) \times (5 \times 5)$

$25 \times 25 \times 25$

4- Je répète les consignes # 2 et # 3

$5^6 = (5 \times 5) \times (5 \times 5) \times (5 \times 5)$

$(25 \times 25) \times 25$

625×25

5- Je répète les consignes # 2 et # 3

$5^6 = (5 \times 5) \times (5 \times 5) \times (5 \times 5)$

$(25 \times 25) \times 25$

(625×25)

$15\ 625$

La priorité des opérations

PEMDAS (à faire dans l'ordre)

P - Parenthèses

E - Exposants

MD - Multiplication ou division (la première à partir de la gauche)

AS - Addition ou soustraction (la première à partir de la gauche)

On réécrit l'équation chaque fois avec la réponse trouvée à l'étape précédente.

Opération de départ $60 - (20 \times 2) + 4^3 + 16 \div 2$

Parenthèses	$60 - (20 \times 2) + 4^3 + 16 \div 2$
Exposant	$60 - 40 + 4^3 + 16 \div 2$
Division	$60 - 40 + 64 + 16 \div 2$
Soustraction	$60 - 40 + 64 + 8$
Addition	$20 + 64 + 8$
Addition	$84 + 8$
	$\boxed{92}$

**À la toute fin, on devrait voir une sorte d'entonnoir.*

5 Lorsque tu veux multiplier mentalement deux nombres, tu enlèves les zéros (0) et tu multiplies les nombres. Ensuite, tu ajoutes les zéros enlevés à ta réponse.

4 x 300
4 x 3 = 12
1200

12 x 400
12 x 4 = 48
4800

700 x 80
7 x 8 = 56
56000

6 Pour multiplier en expert, tu dois décomposer le multiplicande.

Pense à l'astuce 5.

78 x 6 =
70 + 8
x 6
420 + 48 = 468

814 x 2 =
800 + 14
x 2
1600 + 28 = 1628

Comment fait-on une multiplication à deux chiffres?

À la base, la façon de faire est la même que pour une multiplication à un chiffre. On ne fait qu'ajouter des étapes.

54×38 ou $\begin{array}{r} 54 \\ \times\ 38 \\ \hline \end{array}$

1. Tu commences par multiplier l'unité du bas avec le nombre du haut.

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times\ 38 \\ \hline 432 \end{array} \qquad 8 \times 54 \text{ soit } \begin{array}{l} 8 \times 4 \\ 8 \times 5 \end{array}$$

2. Tu multiplies la dizaine du bas avec le nombre du haut. Place le résultat de la deuxième multiplication en dessous de la première.

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times\ 38 \\ \hline 432 \\ 1620 \end{array} \qquad 30 \times 54 \text{ soit } \begin{array}{l} 30 \times 4 \\ 30 \times 5 \end{array}$$

C'est comme si tu faisais 3 x 54 mais tu ajoutes un zéro parce que tu es au niveau des dizaines.

3. Tu additionnes les deux produits.

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times\ 38 \\ \hline 432 \\ +\ 1620 \\ \hline 2052 \end{array}$$

Le produit de la multiplication est : 2052

Mots	Définitions		Exemples
caractère de divisibilité ÷	Un nombre est divisible par :		
	2	si son dernier chiffre est pair : 0, 2, 4, 6 ou 8.	$1296 \div 2 = 648$
	3	lorsque la somme de ses chiffres est divisible par 3.	$1296 \div 3 = 432$ $1 + 2 + 9 + 6 = 18$ 18 se divise par 3
	4	si ses deux derniers chiffres sont des 0 ou si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4.	$12\underline{96} \div 4 = 324$ car $96 \div 4 = 24$
	5	si son dernier chiffre est 0 ou 5.	$365 \div 5 = 73$
	6	si c'est un nombre pair et que la somme de ses chiffres est divisible par 3.	$1296 \div 6 = 216$ $1 + 2 + 9 + 6 = 18$ 18 se divise par 6
	8	si ses trois derniers chiffres sont des 0 ou si le nombre formé par ses trois derniers chiffres est divisible par 8.	$1296 \div 8 = 162$ car $296 \div 8 = 37$
	9	si la somme de ses chiffres est divisible par 9.	$1296 \div 9 = 144$ $1 + 2 + 9 + 6 = 18$ 18 se divise par 9
	10	si son dernier chiffre est 0.	$780 \div 10 = 78$

☆ Les nombres décimaux

Tout nombre décimal comporte une *partie entière* et une *partie fractionnaire*, qu'on appelle la *partie décimale*.

Exemple :

2345,67

2 milliers, soit 2000

3 centaines, soit 300

4 dizaines, soit 40

5 unités, soit 5

6 dixièmes, soit $\frac{6}{10}$

7 centièmes, soit $\frac{7}{100}$

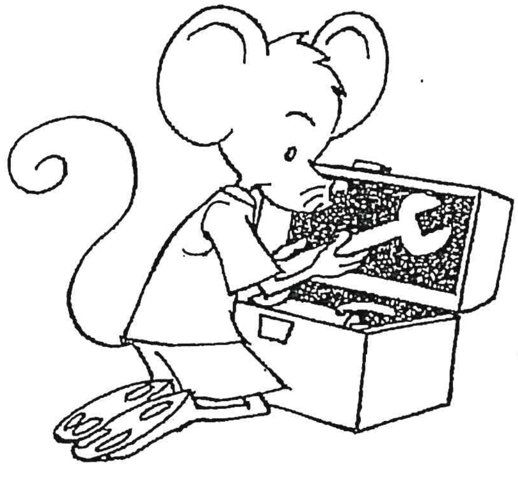
Le nombre 2345,67 se lit ainsi : deux mille trois cent quarante-cinq et soixante-sept centièmes.

La monnaie offre un bon exemple d'utilisation de nombres décimaux. Ainsi, dans l'expression 3,75 $, qui se lit *3 dollars et 75 cents*, les 75 cents correspondent en fait à 75 centièmes de dollar.

On peut ordonner les nombres décimaux en les plaçant par ordre croissant ou par ordre décroissant. Voici une liste de sept nombres décimaux :
3,5 ; 0,56 ; 12,81 ; 0,08 ; 1,09 ; 7,21 ; 2,2.

Voici ces mêmes nombres placés par ordre croissant :
0,08 ; 0,56 ; 1,09 ; 2,2 ; 3,5 ; 7,21 ; 12,81.

Voici ces mêmes nombres placés par ordre décroissant :
12,81 ; 7,21 ; 3,5 ; 2,2 ; 1,09 ; 0,56 ; 0,08.



4- si les dixièmes sont identiques, tu regardes alors les centièmes

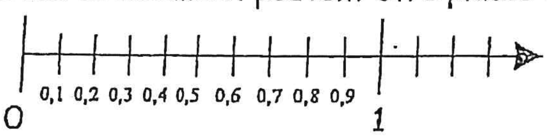
ex : 23,46 et 23,40

donc 6 > 0

alors 23,46 > 23,40

5- les nombres décimaux peuvent être placés sur la droite numérique

ex :



II- Les opérations sur les nombres décimaux

A- Addition et soustraction

Lorsque tu additionnes ou soustraits des nombres décimaux (à virgule), tu dois bien aligner les chiffres et les virgules afin de respecter la valeur de position de chaque chiffre.

ex :

```
  125,54          4 16
+  75,65        575,70
  201,19       -350,84
                224,86
```

Pour ajouter ou enlever une ou plusieurs unités, dixièmes, centièmes ou millièmes à un nombre décimal, tu utilises le tableau de position.

ex : Ajouter 32 dixièmes à 437,75

centaines	dizaines	unités	,	Dixième $\frac{1}{10}$	centième $\frac{1}{100}$	Millième $\frac{1}{1000}$
4	3	7	,	7	5	
+		3	,	2	0	
4	4	0	,	9	5	

Comment effectuer l'addition, la soustraction, la multiplication et la division de nombres décimaux?

Pour additionner ou soustraire des nombres décimaux, tu dois aligner les nombres en respectant la valeur de position. Les unités vis-à-vis les unités, les dizaines vis-à-vis les dizaines, les dixièmes vis-à-vis les dixièmes, etc.
Ensuite, tu effectues l'opération comme avec des nombres entiers.

L'addition de nombres décimaux

Additionner 564,2 + 2,08 + 30,972 = ?

$$\begin{array}{rr} & \overset{1\,1}{}\\ & 564{,}2\\ + & 2{,}080\\ & 30{,}972\\ \hline & 597{,}252 \end{array}$$

La soustraction de nombres décimaux

Soustraire 147,87 - 4,08 = ?

$$\begin{array}{rr} & 147{,}\overset{7}{\cancel{8}}7\\ - & 4{,}08\\ \hline & 143{,}79 \end{array}$$

La multiplication de nombres décimaux

Pour multiplier des nombres décimaux entre eux :

1. Tu places d'abord les deux nombres l'un sous l'autre en prenant soin de bien aligner les <u>positions</u> identiques.
2. Tu effectues la multiplication comme s'il s'agissait de nombres entiers pour obtenir un produit.
3. Pour positionner la virgule, tu comptes le nombre de chiffres après la virgule dans les deux nombres décimaux multipliés et ta réponse finale doit avoir le même nombre de chiffres après la virgule.

Multiplier 32,71 x 5,4 =

$$\begin{array}{rr} & 32{,}71\\ \times & 5{,}4\\ \hline & 13084\\ + & 16355\times\\ \hline & 176634 \end{array}$$

Il y a <u>trois chiffres après la virgule</u>.

Donc, le produit final sera 176,634.

La division d'un nombre décimal

Pour diviser un nombre décimal par un entier :

1. Tu places d'abord le diviseur dans un « crochet ».
2. Tu effectues la division comme s'il s'agissait d'une division avec des nombres entiers pour obtenir un quotient. Attention! Il te faudra écrire une virgule au quotient avant d'abaisser le premier chiffre décimal.

Diviser 42,84 ÷ 3 =

$$\begin{array}{r|l} 47{,}88 & 3\\ \cline{2-2} -3\phantom{{,}88} & 15{,}96\\ \cline{1-1} 17\phantom{{,}8} & \\ -15\phantom{{,}8} & \\ \cline{1-1} 28 & \\ -27 & \\ \cline{1-1} 18 & \\ -18 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

2. Comparer des nombres entiers relatifs

Pour faciliter la comparaison de nombres entiers relatifs, tu peux utiliser la droite numérique.

-6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6

du plus petit ⟶ au plus grand

Le nombre −3 est plus petit que le nombre 3.

−3 < 3 (−3, 0, 3)

Le nombre −2 est plus grand que le nombre −6.

−2 > −6 (−6, −2, 0)

P.G.C.D.

Quand un nombre divise un autre nombre sans reste, il est un <u>diviseur</u> de ce nombre.

Exemple : 14 peut être divisé par 2 et par 7.

2 et 7 sont donc des <u>diviseurs</u> de 14.

Pour trouver <u>tous</u> les diviseurs d'un nombre, tu associes à chaque diviseur, le diviseur associé.

<u>Diviseurs de 18</u> = { 1, 2, 3, 6, 9, 18 }

Pour trouver <u>le plus grand commun diviseur</u> (P.G.C.D.) de deux nombres.

1° Tu trouves tous les diviseurs de chaque nombre.

2° Tu repères ceux qui sont communs.

3° Tu identifies celui qui est le plus grand.

<u>P.G.C.D. de 15 et 12</u>

Diviseurs de 15 = { 1, 3, 5, 15 }

Diviseurs de 12 = { 1, 2, 3, 4, 6, 12 }

P.G.C.D. de 15 et 12 est 3.